



Professor: Evandro Alves Nakajima

Segunda Lista de Exercícios: Derivadas

Exercício 1. Calcule as derivadas parciais das seguintes funções:

a) $\alpha(x, y) = x^2y - y^3x^2$

i) $\lambda(x, y) = \ln|\cos(x^2y^2)|$

b) $\beta(x, y) = \sin(x) \cdot \cos(y) - e^xe^y$

j) $\mu(x, y) = \ln|\sin^2(x^3y^4)|$

c) $\gamma(x, y) = \frac{x^2y^2}{x^2 + y^2}$

k) $\eta(x, y, z) = \sin(x^2y^2z^2)$

d) $\delta(x, y) = \frac{\cos(x)e^{yx}}{x^3 - y^2}$

l) $\theta(x, y, z) = \ln\left(\frac{1}{x^2 - y^2 + xz^3}\right)$

e) $\varepsilon(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

m) $\pi(x, y, z) = \sin(xy) \cdot \cos(xz) \cdot \sin(yz)$

f) $\phi(x, y) = \sin(\cos(xy))$

n) $\rho(x, y, z) = \sqrt[3]{xyz}$

g) $\iota(x, y) = \sin(x^2 - y^2)$

o) $\varrho(x, y, z) = \sin(\ln|x^2y^3z^4|)$

h) $\kappa(x, y) = e^{x^2y^3}$

p) $\sigma(x, y, z) = \operatorname{tg}\left(\frac{1}{\sqrt{x + 2y + 3z}}\right)$

Exercício 2. Determine a linearização das seguintes funções na vizinhança do ponto P dado:

a) $f(x, y) = \sin(xy)$, $P = (0, 1)$

b) $f(x, y, z) = xyz$, $P = (1, 1, 1)$

c) $f(x, y) = e^{xy}$, $P = (1, 1)$

d) $f(x, y, z) = x^2 - y^2 - z^2 + xyz$, $P = (1, 1, 0)$

Exercício 3. Calcule, aproximadamente:

a) $\sqrt[4]{1.0022^2 + 0.0023^2 + 0.00098^2}$

b) $1.0023 \cdot 2.9931^3 + \cos(1.00012\pi)$

Exercício 4. Calcule as derivadas parciais de segunda e terceira ordem das seguintes funções:

a) $f(x, y) = x^3y - 2x^2y^2 + 5xy - 2x$

c) $f(x, y) = \cos(x^3 - xy^2)$

b) $f(x, y) = x\cos(xy) - y\sin(xy)$

d) $f(x, y, z) = x^2y^3z^4$

Exercício 5. Verifique que as funções abaixo satisfazem a equação de Laplace:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0.$$

a) $f(x, y) = e^{-x} \cdot \cos(y)$

b) $f(x, y) = \ln(\sqrt{x^2 + y^2})$

Exercício 6. Utilizando a regra da cadeia, calcule $\frac{dz}{dt}$ e $\frac{dw}{dt}$

a) $z = x^2 + 2y^2, x = \sin(t), y = \cos(t)$

b) $z = \operatorname{tg}\left(\frac{x}{y}\right), x = 2t, y = e^t$

c) $z = e^{xy}, x = 3t, y = t^2$

d) $w = xyz, x = t^3, y = t^3, z = t^4$

e) $w = e^{-x}y^2\sin(z), x = t, y = 2t, z = 3t$

f) $w = \frac{x + y + z}{x^2 + y^2 + z^2}, x = \sin(t), y = \cos(t), z = t$

Exercício 7. Calcule o gradiente das seguintes funções:

a) $\alpha(x, y) = 2x^2 + 5y^2$

e) $\nu(x, y, z) = \ln(e^x + e^y + e^z)$

b) $\beta(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$

f) $\chi(x, y, z) = \sin(x^2 + y^2 + z^3)$

c) $\gamma(x, y) = \frac{x^2y^2}{x^2 + y^2}$

g) $\psi(x, y, z) = \sinh(xyz)$

d) $\varepsilon(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

h) $\omega(x, y, z) = \cos(2xy + 3xz + 4yz)$

Exercício 8. Calcule a derivada direcional das seguintes funções na direção de $\vec{v}$:

a) $\alpha(x, y) = 2x^2 + 5y^2$, $\vec{v} = (0, 1)$

e) $\nu(x, y, z) = \ln(e^x + e^y + e^z)$, $\vec{v} = (1, 1, 1)$

b) $\beta(x, y) = \frac{1}{x^2+y^2}$, $\vec{v} = (1, 1)$

f) $\chi(x, y, z) = \text{sen}(x^2 + y^2 + z^3)$, $\vec{v} = (1, 1, -1)$

c) $\gamma(x, y) = \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}$, $\vec{v} = (1, 2)$

g) $\psi(x, y, z) = \text{senh}(xyz)$, $\vec{v} = (1, 2, 3)$

d) $\varepsilon(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $\vec{v} = (0, 1)$

h) $\omega(x, y, z) = \cos(2xy + 3xz + 4yz)$, $\vec{v} = (1, 1, 1)$

Exercício 9. Determine os pontos críticos das seguintes funções:

a) $f(x, y) = 2x^2 + 5y^2$

e) $g(x, y, z) = \ln(1 + x^2 + y^2 + z^2)$

b) $f(x, y) = e^{1+x^2+y^2}$

f) $g(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^3$

c) $f(x, y) = \frac{1}{1 + x^2 + y^2}$

g) $g(x, y, z) = xyz$

d) $f(x, y) = \frac{2x + 2y + 1}{1 + x^2 + y^2}$

h) $g(x, y, z) = \frac{1}{1 + x^2 + y^2 + z^2}$

Exercício 10. Classifique os pontos críticos das seguintes funções:

a) $f(x, y) = 2x^2 + 5y^2$

g) $f(x, y) = \ln(1 + x^2 + y^2)$

b) $f(x, y) = e^{1+x^2+y^2}$

h) $g(x, y) = x^2 - 2x - y^2$

c) $f(x, y) = \frac{1}{1 + x^2 + y^2}$

i) $f(x, y) = 5x^2 + y^2 + 6xy$

d) $f(x, y) = \frac{2x + 2y + 1}{1 + x^2 + y^2}$

j) $g(x, y) = x^2 + y^3$

e) $f(x, y) = y^2 - y^4 - x^2$

k) $h(x, y) = x^2 + y^2 + xy + 3x$

f) $g(x, y) = x^4 + y^4 - 2x^2 - 2y^2$

Exercício 11. Determine os extremos de:

a) $z = 25 - x^2 - y^2$, sobre $x^2 + y^2 - 4y = 0$

d) $w = x^2 + y^2 + z^2$, sobre $3x - 2y + z = 4$

b) $z = x^2 + 2xy + y^2$, sobre $x - y = 3$

e) $w = x + y + z$, sobre $x^2 - y^2 + z^2 - 4 = 0$

c) $z = 4x^2 + 2y^2 + 5$, sobre $x^2 + y^2 - 2y = 0$

f) $w = (x + y + z)^2$, sobre $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$