



Cálculo Numérico

Lista de Exercícios: Sistemas Lineares.

Exercício 1. Em cada caso abaixo verifique se é possível realizar a decomposição LU do sistema e, em caso afirmativo, encontre a solução por LU.

$$a) S_1 : \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - y + z = 2 \\ x + y - z = 4 \end{cases}$$

$$b) S_2 : \begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ x - y + z = 1 \\ 2x + 3y + 4z = 2 \end{cases}$$

$$c) S_3 : \begin{cases} 3x + 2y + z = -1 \\ x + y + 6z = 4 \\ 2x + 3y + 5z = 7 \end{cases}$$

$$d) S_4 : \begin{cases} 2x + 2y + 3z + 2w = 0 \\ 4x - y + z = 4 \\ x + y + 4z - w = 2 \\ -x + y - z + w = 2 \end{cases}$$

$$e) S_5 : \begin{cases} x + y + z + w = 1 \\ x - y + z + w = 2 \\ x + y - z + w = 3 \\ x + y + z - w = 4 \end{cases}$$

$$f) S_6 : \begin{cases} 2x + y + z + w = 0 \\ 4x - y + z + 3w = 0 \\ 6x + 2y - z + 4w = 0 \\ 8x + 2y + z - 5w = 1 \end{cases}$$

$$g) S_7 : \begin{cases} 4x + y + z + w + t = 6 \\ 4x + 2y + z + w - t = 4 \\ 6x + 4y - z + w + t = 2 \\ 8x + 6y + z + w - t = 1 \\ 2x + y - z + w + t = 0 \end{cases}$$

$$h) S_8 : \begin{cases} x + y + 2z + w - t = 0 \\ x + y + 2z + w - 2t = 0 \\ x + 2y - 3z - w - 4t = 0 \\ x + 2y + 3z - w - 3t = 1 \\ x + 3y + 4z + w - t = 1 \end{cases}$$

$$i) \text{ Soluções: } (3, 0, -1), \left(\frac{11}{4}, \frac{1}{2}, -\frac{5}{4}\right), \left(-\frac{31}{12}, \frac{37}{12}, \frac{7}{12}\right), \\ (4, 8, -4, -6), \left(4, -\frac{1}{2}, -1, -\frac{3}{2}\right), \left(-\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}, \frac{4}{3}, \frac{11}{3}\right), \\ \left(\frac{17}{4}, -5, -\frac{5}{4}, -\frac{13}{4}, -\frac{3}{2}\right), \left(-\frac{5}{12}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}, -\frac{1}{4}, 0\right),$$

Exercício 2. Resolva os sistemas lineares anteriores pelo método de eliminação de Gauss.

Exercício 3. Verifique se é possível utilizar o método de Jacobi-Richardson nos sistemas abaixo e, em caso afirmativo, resolva-os com erro inferior à $\varepsilon = 0.0001$:

$$\begin{array}{ll} a) S1 : \begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ x - 5y + z = 2 \\ x + y - 4z = 4 \end{cases} & c) S3 : \begin{cases} 3x + y - z = 3 \\ 2x + 4y + z = 7 \\ -x - y + 3z = 1 \end{cases} \\ b) S2 : \begin{cases} 10x + y + z = 12 \\ x + 10y + z = 12 \\ x + y + 10z = 12 \end{cases} & d) S4 : \begin{cases} 5x + 2y + z + w = 2 \\ 2x - 8y + z - w = 2 \\ 3x + y - 10z + 2w = 4 \\ x + y + z + 4w = 1 \end{cases} \end{array}$$

Exercício 4. Resolva os itens o exercício anterior utilizando o método de Gauss-Seidel.

Exercício 5. Verifique se é possível utilizar o método de Gauss-Seidel nos sistemas abaixo e, em caso afirmativo, resolva-os com erro inferior à $\varepsilon = 0.00003$:

$$\begin{array}{ll} S1 : \begin{cases} 5x + y + z = 5 \\ 3x + 4y + z = 6 \\ 3x + 3y + 6z = 0 \end{cases} & S4 : \begin{cases} 8x + y + z + w = 4 \\ x + 3y + z - w = 6 \\ x + 2y + 5z + w = 0 \\ x + y - 2z + 10w = 10 \end{cases} \\ S2 : \begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ x + 3y + 2z = 2 \\ 4x - y + z = 0 \end{cases} & S5 : \begin{cases} 10x + y + z + w + t = 10 \\ 2x + 10y + z + w + t = 10 \\ 2x + 2y + 10z + w + t = 10 \\ 2x + 2y + 4z + 10w + t = 0 \\ 2x + 2y + 4z + 2w + 10t = 0 \end{cases} \\ S3 : \begin{cases} 5x + 2y + z + w = 2 \\ 2x - 8y + z - w = 2 \\ 3x + y - 10z + 2w = 4 \\ x + y + z + 4w = 1 \end{cases} & \end{array}$$

Exercício 6. *Resolva o sistema abaixo por eliminação de Gauss e depois por Gauss-Seidel (com erro inferior à 0,000001). O sistema pode ser resolvido utilizando o método de Jacobi-Richardson? WHY?*

$$S : \begin{cases} 4x + y + 2z = 0 \\ x + 2y + z = 1 \\ x + y + 2z = 2 \end{cases}$$