



Primeira Lista de Exercícios: Matrizes e Determinantes.

Exercício 1 Efetue os seguintes cálculos entre matrizes:

$$a) \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$g) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}^T$$

$$b) \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 3 & 6 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \\ -2 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$h) \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$c) \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 7 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$i) \det \left(\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \right)$$

$$j) \det \left(\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \right)$$

$$d) \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$k) \det \left(\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \right)$$

$$e) \det \left(\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \right)$$

$$f) \det \left(\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 7 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \right)$$

$$l) \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 7 & 5 & 6 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Exercício 2 Dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 7 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad e \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix},$$

calcule $\overline{A}$ e $\overline{B}$.

Exercício 3 Sobre o exercício anterior, encontre Δ_A^{13} e calcule $\Delta_A^{13} \cdot B$. Calcule também $\det(\Delta_A^{13})$ e $\det(B)$. Calcule ainda $\det(\Delta_A^{13} \cdot B)$. Qual a relação entre os determinantes?

Exercício 4 Sobre as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 6 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad e \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

calcule,

a) $\text{Adj}(B)$

d) se possível, B^{-1} , pela matriz dos cofatores

b) A^t

e) se possível, A^{-1} , por operações elementares

c) $\det(A)$ e $\det(B)$

f) $\Delta_A^{23} \cdot B$

Exercício 5 Seja $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$. Indique uma matriz quadrada B tal que $A \cdot B = 0_{2 \times 2}$.

Exercício 6 De um exemplo em que não vale a equação $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$, onde A e B são matrizes quadradas de mesma ordem.

Exercício 7 Seja $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encontre A^n .

Exercício 8 Verifique que a matriz $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ é ortogonal.

Exercício 9 *Mostre que a soma de matrizes simétricas é ainda simétrica.*

Exercício 10 *Para que valores de x a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 1 & 2x \end{pmatrix}$ admite inversa?*

Exercício 11 *Calcule o determinante e a matriz inversa das matrizes:*

$$a) \ A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$d) \ A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$b) \ A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$e) \ A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$c) \ A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$f) \ A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 5 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Exercício 12 *De cada matriz do exercício anterior, calcule $\det(A^3)$ e $\det(A^{10})$.*