



Primeira Lista de Exercícios - Funções

Professor: Evandro Alves Nakajima

Exercício 1. *Exprima como função de x :*

- a) A área de um triângulo de base x cuja altura é o dobro da base.
- b) O volume de uma esfera de raio x .
- c) O volume de um cone circular reto de raio x , sabendo que sua base é o triplo do raio da base.

Exercício 2. *Determine o domínio, a imagem e esboce o gráfico das seguintes funções:*

- a) $f(x) = (x - 2)^2 - 2$
- b) $f(x) = (x + 1)^3 - 1$
- c) $f(x) = 2^{x-2} + 3$
- d) $f(x) = \log_2(x + 1) + 1$
- e) $f(x) = \sqrt{x - 3} + 4$
- f) $f(x) = \sqrt[3]{x - 3} + 4$

Exercício 3. *Determine o domínio e a imagem das seguintes funções:*

- a) $f(x) = x^4$
- b) $f(x) = x^3$
- c) $f(x) = \sin(x)$
- d) $f(x) = |\cos(x)|$
- e) $f(x) = \frac{9x^2 - 4}{3x - 2}$
- f) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(x-1)(x+2)}}$
- g) $g(x) = \sqrt{x - \sqrt{x}}$
- h) $h(x) = \frac{\sqrt{x-4}}{\sqrt{x-9}}$
- i) $g(x) = \sqrt[5]{\frac{x-3}{x+2}}$

Exercício 4. *Seja $f(x) = |x| - 2x$.*

- a) *Determine $\text{Dom}(f)$.*
- b) *Calcule $f(1)$ e $f(-\frac{2}{3})$*
- c) *Prove que $f(|a|) = -|a|$.*

Exercício 5. *Simplifique a expressão $\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ nos seguintes casos:*

- a) $f(x) = x^2$ e $a = 1$,
- b) $f(x) = x^3 + x$ e $a = -2$,
- c) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ e $a = 2$,
- d) $f(x) = \sqrt[3]{x + 1}$ e $a = 1$,

Exercício 6. Verifique que $Im(f) \subset Dom(g)$ e determine $g \circ f$, onde

a) $f(x) = x + 2$ e $g(x) = 3x + 1$

b) $f(x) = x^2 + 2$ e $g(x) = \sqrt{x}$

c) $f(x) = x + 1$ e $g(x) = \frac{2}{x-2}$

d) $f(x) = \frac{x}{x+1}$ e $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$

Exercício 7. Seja $f = g \circ h$. Determine h , sendo

a) $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = x + 1$

b) $f(x) = bx + a$ e $g(x) = x + a$

c) $f(x) = |x^2 - 3x + 5|$ e $g(x) = |x|$

d) $f(x) = \sin(x)$ e $g(x) = x^3$

Exercício 8. Escreva $h(x)$ como composta de outras duas funções:

a) $h(x) = (x^2 + 1)^4$

b) $h(x) = (x^2 - 9)^{-2}$

c) $h(x) = \sqrt[4]{3x + 5}$

d) $h(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 1}$

Exercício 9. Ache o domínio das seguintes funções:

a) $(\frac{1}{2})^{tg(x)}$

c) $tg(\frac{1}{x})$

b) $\sqrt{\ln(x)}$

d) $\log_a(|x|)$

Exercício 10. Determine o conjunto onde as seguintes funções são inversíveis e de a inversa:

a) $f(x) = \frac{1}{x}$

c) $f(x) = x^4$

b) $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$

d) $f(x) = 2 + \frac{3}{x+1}$

Exercício 11. Prove que:

a) Se f e g são funções ímpares, então $f \cdot g$ e $\frac{f}{g}$ são pares.

b) Se f e g são funções ímpares, então $f \pm g$ são funções ímpares.

Exercício 12. Esboce o gráfico das seguintes funções exponenciais:

a) $f(x) = a^x$ para $a = 2$ e $a = \frac{1}{2}$

b) $f(x) = a^{-x}$ para $a = e$ e $a = 3$

Exercício 13. Determine os vértices, as raízes e esboce das seguintes parábolas:

a) $y = -x^2 + 4x - 3$

b) $y = x^2 - 8x + 12$

c) $y = x - x^2 - 9$

Exercício 14. Seja $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$. Determine $\text{Dom}(f)$ e calcule

a) $(f \circ f \circ f \circ f)(x^2 + 1)$

c) $(f \circ f)\left(\frac{1}{1-x}\right)$

b) $(f \circ f \circ f)\left((x+1)^2\right)$

d) $(f \circ f)\left(\frac{1}{x}\right)$

Exercício 15. Se $f(x) = \arccos(\log_a(x))$, calcule:

a) $f(a)$, para $a = 10$ e $a = e$

b) $f(1)$, $f(10)$ e $f(100)$, se $a = 100$

Exercício 16. Prove que $f(x) = \text{sen}(x)$ e $g(x) = \text{tg}(x)$ são funções ímpares. Prove que $\cos(x)$ é uma função par. (Dica, utilize o círculo trigonométrico para seno e cosseno, e utilize a divisão de funções ímpares para tangente)

Exercício 17. Simplifique a expressão $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$, supondo $h \neq 0$, nos seguintes casos

a) $f(x) = \text{sen}(x)$

c) $f(x) = \ln(x)$

b) $f(x) = \cos(x)$

d) $f(x) = e^x$

Exercício 18. Esboce os gráficos no mesmo desenho

a) $f(x) = x$ e $g(x) = |x|$

b) $f(x) = x - 1$ e $g(x) = |x - 1|$

c) $f(x) = x^2$, $g(x) = x^2 - 4$ e $h(x) = |x^2 - 4|$

Exercício 19. Encontre o domínio, a imagem e esboce o gráfico das seguintes funções definidas por partes:

$$a) f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{se } x < -2 \\ x^2 & \text{se } -2 < x \leq 1 \\ -x+2 & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} -3 & \text{se } x \leq -1 \\ -x^2 & \text{se } -1 < x < 1 \\ 3 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

$$c) f(x) = \begin{cases} \ln(-x) & \text{se } x < -1 \\ 2 & \text{se } -1 < x \leq 0 \\ e^x & \text{se } x > 0 \end{cases}$$